

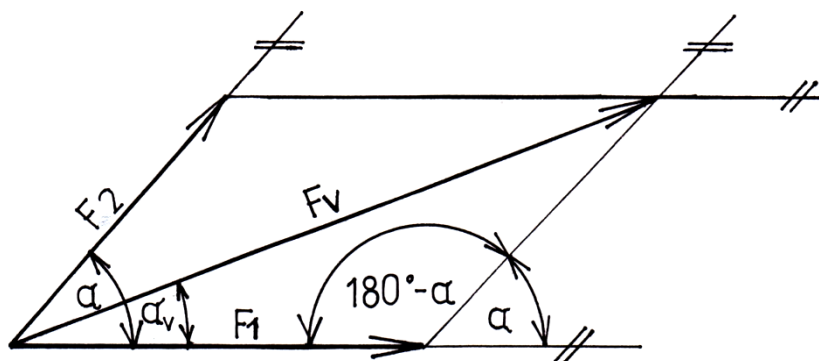
DVĚ RŮZNOBĚŽNÉ SÍLY V ROVINĚ

První způsob výpočtu vyplývá z platnosti třetího axiomu:

III. AXIOM O NAHRAZENÍ DVOU SIL

Dvě různoběžné síly lze nahradit jednou silou tzv. výslednicí, která je dána úhlopříčkou rovnoběžníka sestrojeného na těchto silách.

Výslednici sil F_v lze vypočítat pomocí **KOSINOVÉ VĚTY** (výpočet úhlopříčky rovnoběžníka)



Obrázek 1

Kosinová věta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$

Kosinová věta upravená pro síly: $F_v^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180 - \alpha)$
 $\alpha[^\circ]$ je úhel který svírají síly F_1 a F_2

Platí: $\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$

Upravená **kosinová věta**, do které dosazujeme úhel α , který svírají síly F_1 a F_2 zní:

$$F_v = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Směr působení výslednice sil F_v lze vypočítat pomocí **SINOVÉ VĚTY**

Sinová věta:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

Sinová věta upravená pro síly:

$$\frac{F_2}{\sin \alpha_v} = \frac{F_v}{\sin(180 - \alpha)}$$

Platí: $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$

Sinová věta upravená pro síly:

$$\sin \alpha_v = \frac{F_2}{F_v} \cdot \sin \alpha$$

$\alpha [^\circ]$ je úhel který svírají síly F_1 a F_2

$\alpha_v [^\circ]$ je úhel který svírají síly F_v a F_1

Druhý způsob výpočtu:

Síly F_1 a F_2 rozložíme do dvou vzájemně kolmých složek F_x a F_y , které působí ve směru souřadnicových os x , y .

Využijeme vzorců pro rozklad síly do dvou navzájem kolmých složek, které působí ve směru souřadnicových os x , y viz kapitola 4.2.1

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Pro rozklad sil F_1 a F_2 platí:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

Do vzorců dosazujeme směrové úhly α_1 a α_2

Vyřešíme výslednice sil ležících na souřadnicových osách x , y , viz kapitola 5.1:

$$F_{vx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$F_{vy} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

Pro síly F_1 a F_2 platí:

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x}$$

$$F_{vy} = F_{1y} + F_{2y}$$

Síly F_1 a F_2 nahradíme silami F_{vx} a F_{vy} působícími ve směru souřadnicových os x , y .

Nebot' platí třetí axiom:

III. AXIOM O NAHRAZENÍ DVOU SIL

Dvě různoběžné síly lze nahradit jednou silou tzv. výslednicí, která je dána úhlopříčkou rovnoběžníka sestrojeného na těchto silách.

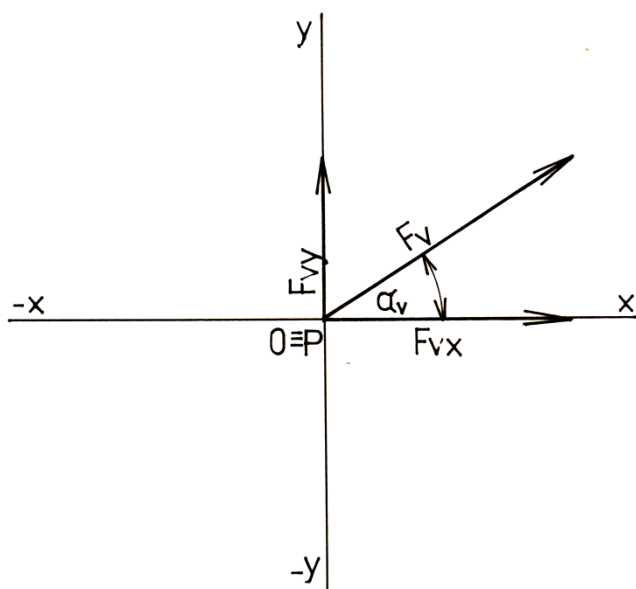
Použijeme pro výpočet výslednice F_v Pythagorovu větu:

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2}$$

Směrový úhel α_v (úhel, který svírá síla F_v s kladným směrem osy x) zjistíme pomocí goniometrických funkcí s ohledem na kvadrant ve kterém síla F_v působí.

1. Síla F_v působí v I. kvadrantu:

$$\operatorname{tg} \alpha_v = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|} \quad \sin \alpha_v = \frac{|F_{vy}|}{|F_v|} \quad \cos \alpha_v = \frac{|F_{vx}|}{|F_v|}$$



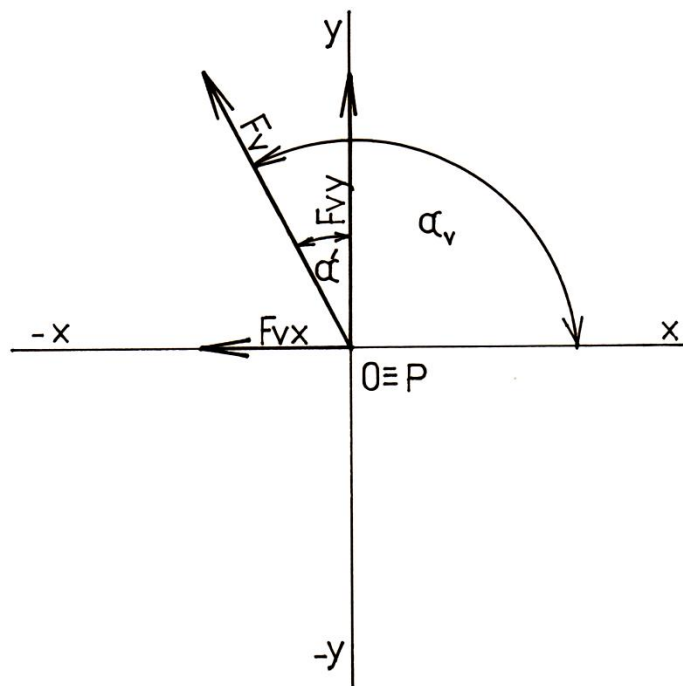
2. Síla F_v působí v II. kvadrantu:

$$\alpha_v = 90^\circ + \alpha'$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{|F_{vx}|}{|F_{vy}|}$$

$$\sin \alpha' = \frac{|F_{vx}|}{|F_v|}$$

$$\cos \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_v|}$$



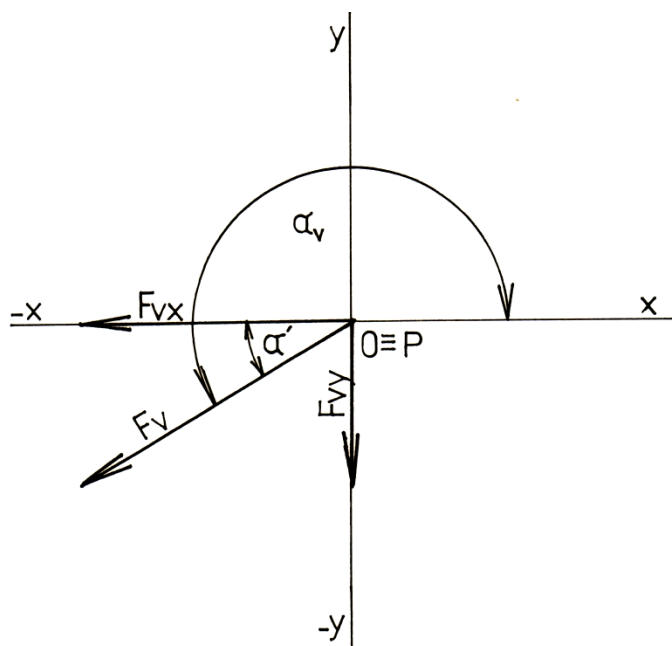
3. Síla F_v působí v III. kvadrantu:

$$\alpha_v = 180^\circ + \alpha'$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|}$$

$$\sin \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_v|}$$

$$\cos \alpha' = \frac{|F_{vx}|}{|F_v|}$$



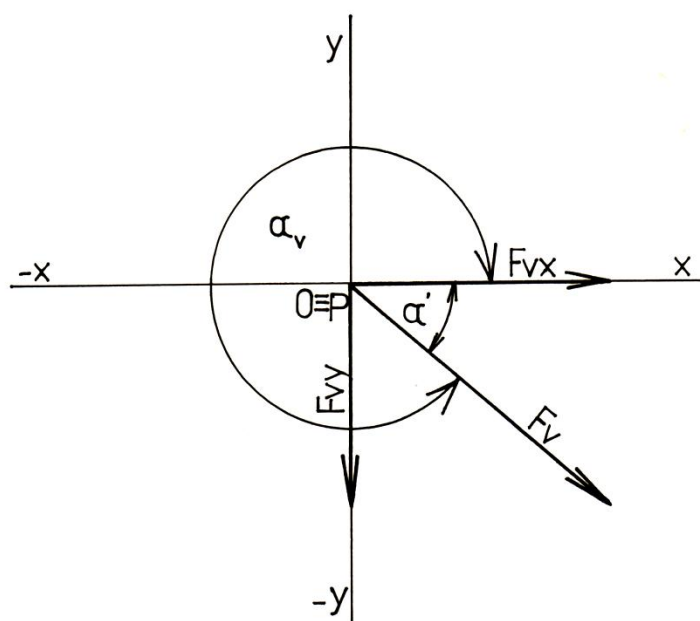
Síla F_v působí v IV. kvadrantu:

$$\alpha_v = 360^\circ - \alpha'$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|}$$

$$\sin \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_v|}$$

$$\cos \alpha' = \frac{|F_{vx}|}{|F_v|}$$



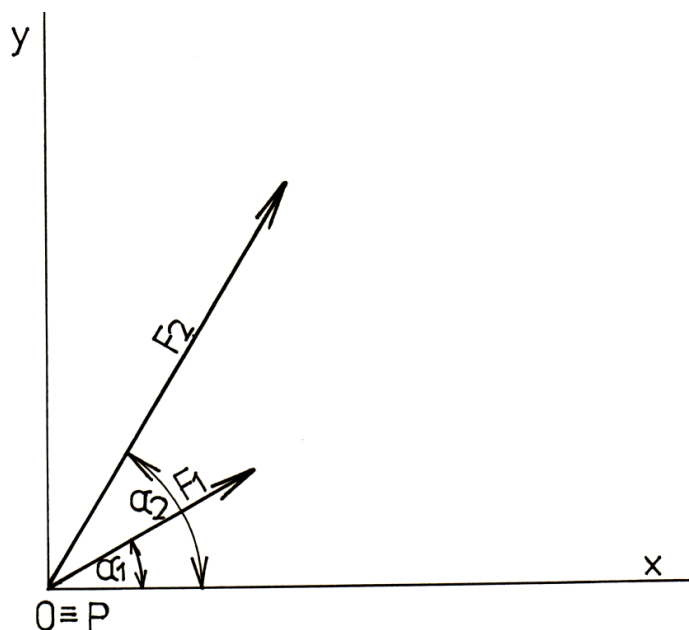
Počet výše uvedených způsobů výpočtu úhlu α_v není konečný, s využitím znalostí goniometrických funkcí, lze nalézt jiná správná řešení.

1. Řešený příklad: Vyřešte početně výslednici sil F_v , Působící sily F_1 a F_2 :

$$F_1 [0; 0; 30^\circ; 100 \text{ N}]$$

$$F_2 [0; 0; 60^\circ; 200 \text{ N}]$$

Měřítko sil: 10 mm $\cong$ 100 N

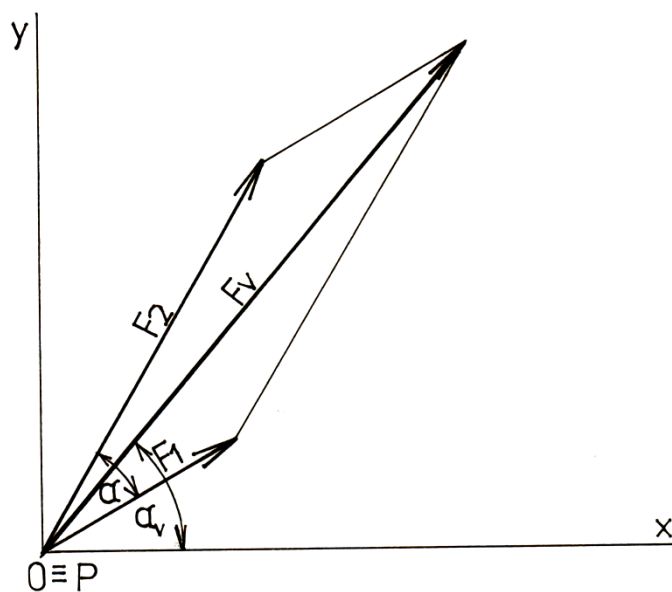


Řešení:

První způsob řešení pomocí kosinové a sinové věty:

Velikost výsledné síly F_v

Upravená **kosinová věta pro výpočet F_v** , do které dosazujeme úhel $\alpha = 30^\circ$, který svírají sily F_1 a F_2 zní:



$$F_v = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

$$F_v = \sqrt{100^2 + 200^2 + 2 \cdot 100 \cdot 200 \cdot \cos 30}$$

$$F_v = 290,9 \text{ N}$$

Směrový úhel α_v

Sinová věta upravená pro síly:

$$\sin \alpha'_v = \frac{F_2}{F_v} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha'_v = \frac{200}{290,9} \cdot \sin 30$$

$$\sin \alpha'_v = 20,1^\circ$$

$$\alpha_v = \alpha_1 + \alpha'_v$$

$$\alpha_v = 30 + 20,2$$

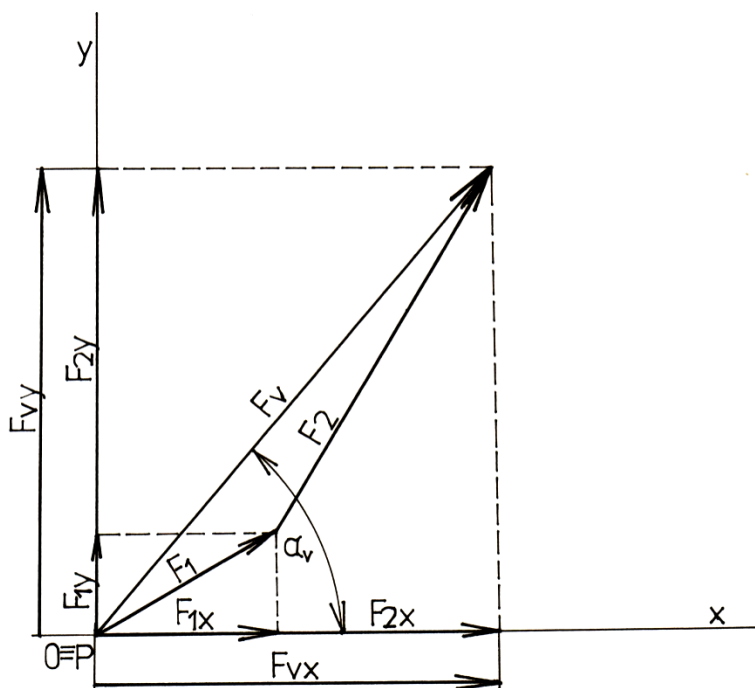
$$\alpha_v = 50,1^\circ$$

Matematický zápis síly F_v

$$F_v [0; 0; 50,1^\circ; 290,9 \text{ N}]$$

Druhý způsob řešení pomocí rozkladu sil:

Velikost výsledné síly F_v



Rozložení do směrů x a y:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$F_{1x} = 100 \cdot \cos 30$$

$$F_{1x} = 86,6 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{1y} = 100 \cdot \sin 30$$

$$F_{1y} = 50 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$F_{2x} = 200 \cdot \cos 60$$

$$F_{2x} = 100 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$F_{2y} = 200 \cdot \sin 60$$

$$F_{2y} = 173,2 \text{ N}$$

Součet sil ve směrech x a y:

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x}$$

$$F_{vx} = 86,6 + 100$$

$$F_{vx} = 186,6 \text{ N}$$

$$F_{vy} = F_{1y} + F_{2y}$$

$$F_{vy} = 50 + 173,2$$

$$F_{vy} = 223,2 \text{ N}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výpočet F_v pomocí Pythagorovi věty:

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2}$$

$$F_v = \sqrt{186,6^2 + 223,2^2}$$

$$F_v = 290,9 \text{ N}$$

Výpočet směrového úhlu:

F_{vx} je kladná, F_{vy} je kladná, výsledná síla F_v působí v I. kvadrantu.

$$\operatorname{tg} \alpha_v = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_v = \frac{223,2}{186,6}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_v = 50,1^\circ$$

Matematický zápis síly F_v

$$F_v [0; 0; 50,1^\circ; 290,9 \text{ N}]$$