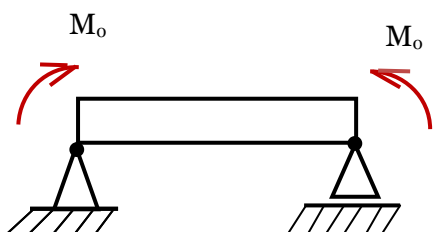


NAMÁHÁNÍ NA OHYB

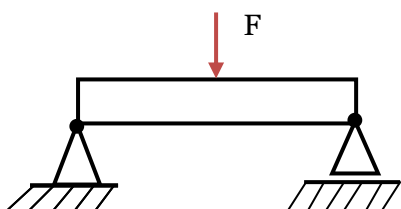
Vnější zatěžující síly mohou na tělesa působit různě. V průřezích těles vznikají různá napětí. Rozeznáváme pět základních případů jednoduchého (prostého) namáhání těles:

1. TAH
2. TLAK
3. SMYK (STŘIH)
4. KRUT
5. OHYB

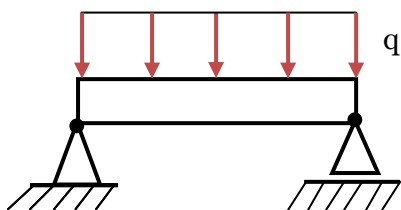
Napětí v průřezu a pevnostní rovnice pro ohyb



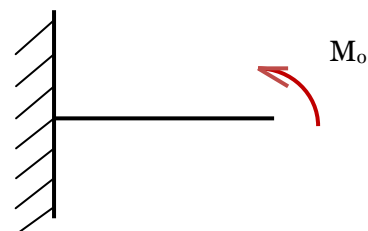
Nosník na dvou podporách zatížený ohybovými momenty



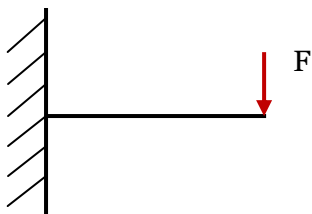
Nosník na dvou podporách zatížený osamělou silou



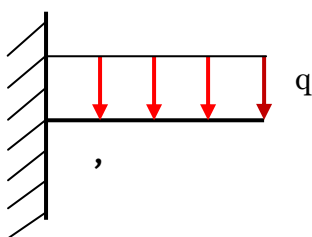
Nosník na dvou podporách zatížený spojitým zatížením



Vetknutý nosník zatížený ohybovým momentem



Vetknutý nosník zatížený osamělou silou



Vetknutý nosník zatížený spojitým zatížením

Jestliže nosník zatížíme některým z výše uvedených způsobů, dojde v nosníku k deformaci (prohnutí) a současně ke vzniku vnitřních sil, kterými se nosník brání proti porušení. Ohybový moment namáhá každý průřez nosníku. Horní vlákna nosníku jsou namáhána na tlak, a dolní na tah. Aby mohla nastat rovnováha mezi vnějším ohybovým momentem a vnitřními silami, musí mít vnitřní síly charakter momentu. Vzhledem k tomu že namáhání na ohyb vyvolává v nosníku kombinaci tahového a tlakového napětí má charakter normálového napětí a značíme ho σ_o . Napětí v ohybu, vzhledem k tomu že účinek vnitřních sil má charakter momentu, nemůže být v průřezu rozloženo rovnoměrně. Proto při namáhání na ohyb není průřezovou charakteristikou plošný obsah S , ale veličiny složitější, závislé na tvaru a rozložení zatěžujících sil vůči osám nosníku. Jsou to modul průřezu v ohybu W_o a kvadratický moment průřezu v ohybu $J_{x,y}$.

Konstantní M_o mají pouze nosníky zatížené jedním ohybovým momentem, pokud je nosník zatížen osamělými silami, nebo spojitým zatížením, je velikost M_o (ohybového momentu) v různých místech různá, do vztahu pro výpočet napětí musíme dosazovat maximální ohybový moment $M_{o\max}$.

Napětí v ohybu σ_o [MPa] se vypočítá ze vztahu.

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o}$$

M_o - Ohybový moment [Nmm]

W_o - Modul průřezu v ohybu [mm³]



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pokud nemá nastat deformace, nesmí napětí σ_o překročit hodnotu dovoleného napětí σ_{Do} .

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} \leq \sigma_{Do}$$

Průřezovou charakteristiku vypočítáme ze vztahu:

$$W_o \geq \frac{M_o}{\sigma_{Do}}$$

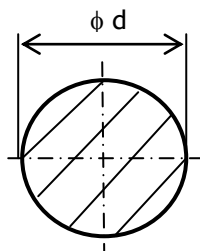
Nosník lze bezpečně zatížit ohybovým momentem M_o :

$$M_o \leq W_o \cdot \sigma_{Do}$$

Kvadratický moment průřezu $J_{x,y}$ a modul průřezu v krutu W_o

Vztahy pro výpočet průřezových charakteristik různých tvarů ploch jsou uvedeny ve Strojnických tabulkách.

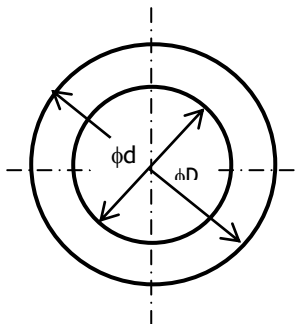
W_o a $J_{x,y}$ pro kruhový průřez:



$$J_{x,y} = \frac{\pi}{64} \cdot d^4$$

$$W_o = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 \cong 0,1 d^3$$

W_o a $J_{x,y}$ pro mezikruhový průřez:



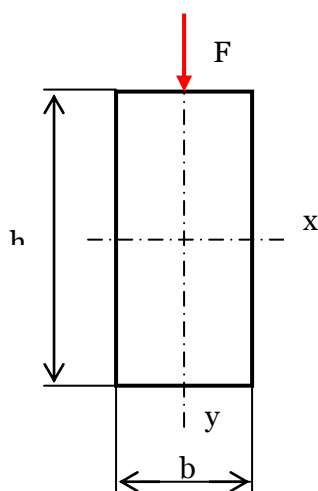
$$I_{x,y} = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$$

$$W_o = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(D^4 - d^4)}{D} \cong 0,1 \cdot \frac{(D^4 - d^4)}{D}$$

W_o a $J_{x,y}$ pro obdélníkový průřez:

1. orientovaný vůči zatěžující síle na výšku

Obdélníkový průřez

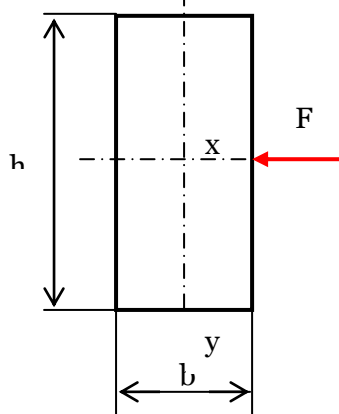


$$I_x = \frac{1}{12} b \cdot h^3$$

$$W_{ox} = \frac{1}{6} b \cdot h^2$$

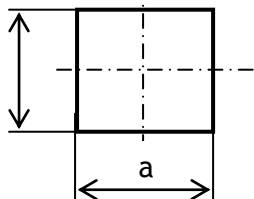
2. orientovaný vůči zatěžující síle na šířku

Obdélníkový průřez



$$I_y = \frac{1}{12} b^3 \cdot h$$

$$W_{oy} = \frac{1}{6} b^2 \cdot h$$

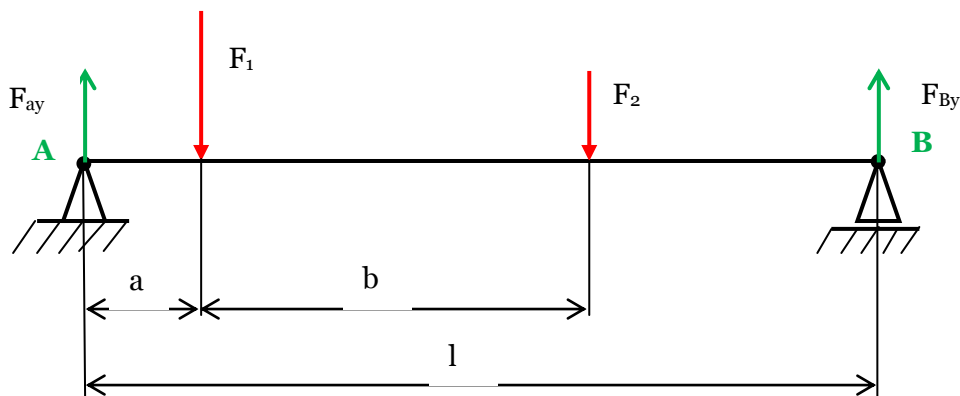
W_o a $J_{x,y}$ pro čtvercový průřez:

$$J = \frac{1}{12} a^4$$

$$W_o = \frac{1}{6} a^3$$

Řešený příklad 1

Zjistěte maximální ohybové napětí, které vznikne v nosníku kruhového průřezu s průměrem $d = 60 \text{ mm}$. $F_1 = 4\,000 \text{ N}$, $F_2 = 2\,000 \text{ N}$, $a = 1 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$, $l = 6 \text{ m}$



Postup řešení:

Uvolníme a ze tří statických podmínek vypočítáme velikost podpor F_A a F_B

$$\text{I. } \sum F_{ix} = 0$$

$$\text{II. } \sum F_{iy} = 0 \quad F_A - F_1 - F_2 + F_B = 0$$

$$\text{III. } \sum M_{iA} = 0 \quad -F_1 \cdot a + [-F_2 \cdot (a + b)] + F_B \cdot l = 0$$

Dosadíme a vypočítáme velikost vazbových sil:

Ze III. statické podmínky vypočítáme velikost F_B :

$$-4000 \cdot 1 - 2000 \cdot 4 + F_B \cdot 6 = 0$$

$$F_B = 2\,000 \text{ N}$$

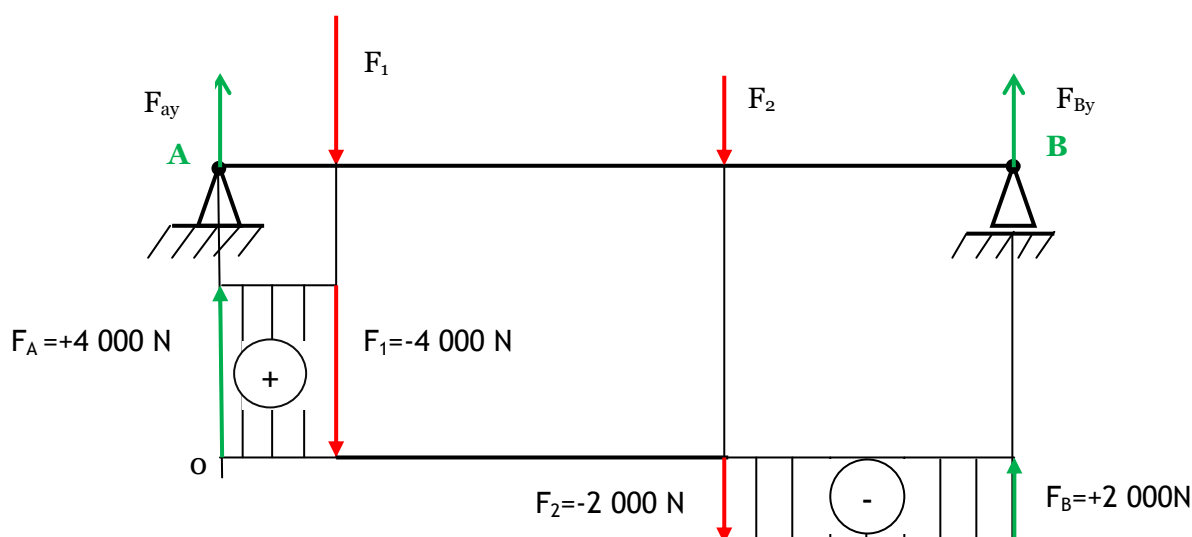
Ze II. statické podmínky vypočítáme velikost F_A :

$$F_A - 4000 - 2000 + 2000 = 0$$

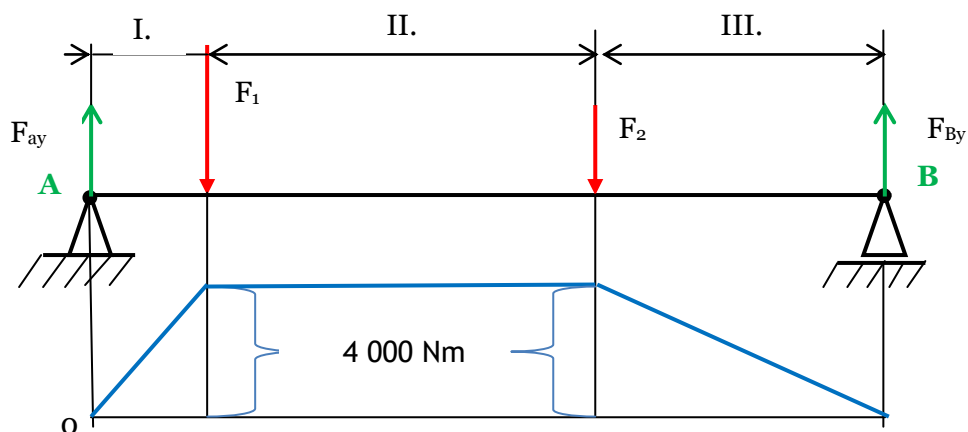
$$F_A = 4\,000\,N$$

Určíme průběh posouvajících sil:

Průběh posouvajících sil musí začínat i končit na nulové čáře.



Určíme průběh momentů:





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úsek I. $0 \leq x_1 \leq a$

Průběh ohybového momentu v úseku I. je moment k bodu x_1 který může mít libovolnou polohu v úseku I.

$$M_{x_1} = F_A \cdot x_1$$

Za x_1 dosadíme 0, moment v bodě 0: $M_{x_1} = 4\,000 \cdot 0$

$$M_{x_1} = 0 \text{ Nm}$$

Za x_1 dosadíme $a=1$, moment v bodě odpovídající délce a : $M_{x_1} = 4\,000 \cdot 1$

$$M_{x_1} = 4\,000 \text{ Nm}$$

Do úseku I. zakreslíme průběh momentů od 0 Nm do 4 000 Nm

Úsek II. $a \leq x_2 \leq a+b$

Průběh ohybového momentu v úseku II. je moment k bodu x_2 který může mít libovolnou polohu v úseku II.

$$M_{x_2} = F_A \cdot x_2 - F_1(x_2 - a)$$

Za x_2 dosadíme $a=1$, moment v bodě odpovídající délce a :

$$M_{x_2} = 4\,000 \cdot 1 - 4\,000 \cdot (1-1)$$

$$M_{x_2} = 4\,000 \text{ Nm}$$

Za x_2 dosadíme $(a+b)=4$, moment v bodě odpovídající délce $(a+b)$:

$$M_{x_2} = 4\,000 \cdot 4 - 4\,000 \cdot (4-1)$$

$$M_{x_2} = 4\,000 \text{ Nm}$$

Do úseku II. zakreslíme průběh momentů od 4 000 Nm do 4 000 Nm

Úsek III. $a+b \leq x_3 \leq l$

Průběh ohybového momentu v úseku III. je moment k bodu x_3 který může mít libovolnou polohu v úseku III.

$$M_{x_3} = F_A \cdot x_3 - F_1(x_3 - a) - F_2[x_3 - (a+b)]$$

Za x_3 dosadíme $(a+b)=4$, moment v bodě odpovídající délce $(a+b)$:

$$M_{x_3} = 4\,000 \cdot 4 - 4\,000 \cdot (4-1) - 2\,000 \cdot (4-4)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$M_{x3} = 4\,000 \text{ Nm}$$

Za x_3 dosadíme $l=6$, moment v bodě odpovídající délce l :

$$M_{x3} = 4\,000 \cdot 6 - 4\,000 \cdot (6-1) - 2\,000 \cdot (6-4)$$

$$M_{x3} = 0 \text{ Nm}$$

Do úseku III. zakreslíme průběh momentů od 4 000 Nm do 0 Nm.

Průběh momentů musí začínat i končit na nulové čáře, momenty v jednotlivých úsecích musí navazovat.

Ohybový moment není v celé délce nosníku konstantní, výpočet provedeme pro maximální ohybový moment M_{omax} .

Maximální ohybový moment $M_{\text{omax}} = 4\,000 \text{ Nm} \cong 4\,000\,000 \text{ Nmm}$

Maximální ohybové napětí vypočítáme ze vztahu

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o}$$

za M_o dosadím M_{omax} , W_o průřezovou charakteristiku vypočítám ze vztahu

$$W_o = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 \quad W_o = \frac{\pi}{32} \cdot 60^3$$

$$W_o = 21\,205,8 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_o = \frac{M_{\text{omax}}}{W_o} \quad \sigma_o = \frac{4\,000\,000}{21\,205,8}$$

$$\sigma_o = 188,6 \text{ MPa}$$

Maximální ohybové napětí v tomto nosníku dosáhne velikosti 188,6 MPa. Pro toto statické zatížení by byly vhodné materiály 11 700 nebo 12 060.

Použitá literatura:

MIČKAL, K. *Technická mechanika I.* Praha: INFORMATORIUM, 1997.

LEINVEBER, J. VÁVRA, P. *Strojnické tabulky.* Praha: ALBRA, 2005. ISBN 80-7361-011-6

„Pokud není uvedeno jinak, autorem textů a obrázků je Ing. Štěpánka Makoňová“



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ