

ROVNOVÁHA ROVNOBĚŽNÝCH SIL V ROVINĚ

Rovnováhu rovnoběžně působících sil v rovině můžeme řešit početním i grafickým způsobem. Pro dokonalé určení síly F_r , která uvede soustavu sil F_i do rovnováhy, musíme znát směr, velikost a polohu této síly. Poloha F_r je dána souřadnicí x_r , směr je dán směrovým úhlem α_r . Soustavu rovnoběžných sil vždy volíme tak, aby síly F_i působily kolmo k ose x a vpravo od počátku 0, tak budou mít všechny souřadnice x_i sil F_i kladnou hodnotu.

A) POČETNĚ – vyřešíme velikost síly F_r , neboť všechny síly působí ve směru y , řešíme rovnovážnou sílu F_r ve směru $y - F_{ry}$.

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} + F_{ry} = 0$$

Síla F_{ry} uvádí soustavu působících rovnoběžných sil F_i do rovnováhy, to znamená, že výsledný silový účinek sil F_i a rovnovážné síly F_{ry} je nulový. Celkový točivý účinek (moment) všech působících sil F_i společně se silou F_{ry} musí být také nulový. Točivý účinek – moment vztahujeme k počátku pravoúhlého souřadného systému k bodu 0. Polohu F_{ry} vypočítáme z momentové podmínky rovnováhy k bodu 0.

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i + F_{ry} \cdot x_r = 0$$

$$x_r = - \frac{\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i}{F_{ry}}$$

B) GRAFICKY – síly F_i ve vhodném měřítku zakreslíme do pravoúhlého souřadnicového systému $x-0-y$, vpravo od počátku 0, tak aby byly rovnoběžné s osou y . Velikost a směr F_{ry} určíme pomocí silového obrazce. Polohu F_{ry} vyřešíme pomocí vláknového (pólového) obrazce.

Sestrojení vláknového obrazce:

- v libovolné vzdálenosti od silového obrazce zvolíme pól P
- pól P spojíme s bodem 0 (počátkem silového obrazce) vznikne vlákno 0
- pól P spojíme s koncem síly F_1 vznikne vlákno 1
- pól P spojíme s koncem síly F_2 vznikne vlákno 2
- takto postupujeme až k poslední síle F_n propojením této síly s pólem P vznikne vlákno n .

Takto vytvořená vlákna přenášíme zpět do základního obrazce, v němž jsou síly zakresleny v pravoúhlém souřadnicovém systému $x-0-y$.

Rovnoběžky s jednotlivými vlákny přenášíme pomocí pravidla tří úseček.

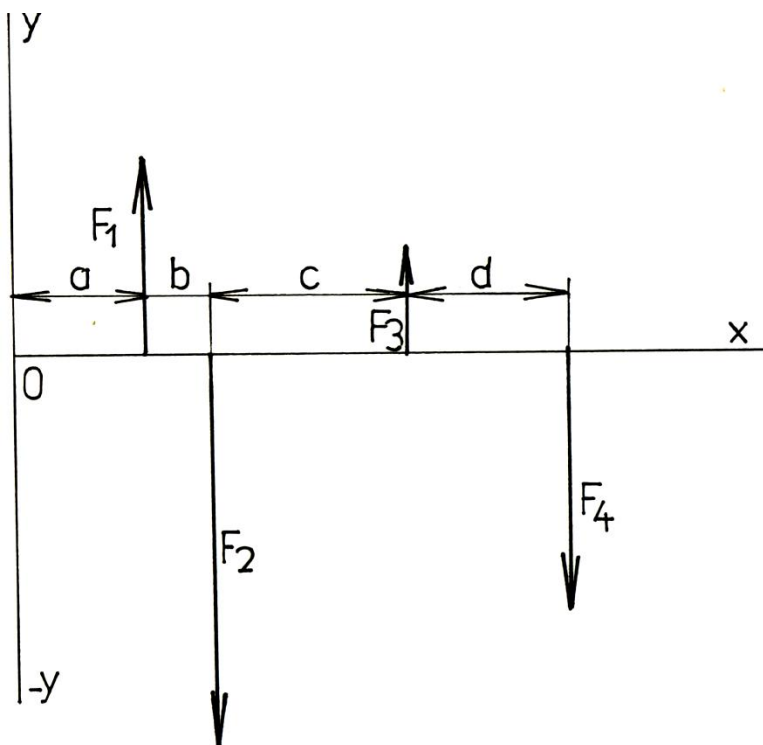
Pravidlo tří úseček

Tři úsečky, které tvoří v pólovém obrazci trojúhelník, se musí v základním obrazci protínat v jednom bodě.

Postup při hledání působíště x_r síly F_r v základním obrazci:

- sestrojíme rovnoběžku s vláknem 0 tak, aby v libovolném místě protнула nositelku síly F_1 tento průsečík vlákna 0 a nositelky síly F_1 označíme písmenem A
- bodem A vedeme rovnoběžku s vláknem 1, vlákno 1 musí protnout nositelku síly F_2 , průsečík vlákna 1 a nositelky síly F_2 označíme písmenem B
- bodem B vedeme rovnoběžku s vláknem 2, vlákno 2 musí protnout nositelku síly F_3 , průsečík vlákna 2 a nositelky síly F_3 označíme písmenem C
- takto pokračujeme až k poslednímu vláknu n
- průsečík vlákna n s vláknem 0 označíme písmenem V
- bodem V sestrojíme rovnoběžku s F_r , průsečík této rovnoběžky s osou x vyznačuje polohu x_r síly F_r

1. **Řešený příklad:** Uved'te početně i graficky soustavu sil do rovnováhy- vyřešte sílu F_r a její působíště x_r . Působící síly $F_1=300\text{N}$, $F_2=600\text{N}$, $F_3=150\text{N}$ a $F_4=400\text{N}$, $a=2\text{m}$, $b=1\text{m}$, $c=3\text{m}$, $d=2,5\text{m}$.



A)

POČETNĚ

Síly správně matematicky zapíšeme:

$$F_1 [2; 0; 90^\circ; 300 \text{ N}]$$

$$F_2 [3; 0; 270^\circ; 600 \text{ N}]$$

$$F_3[6; 0; 90^\circ; 150 \text{ N}]$$

$$F_4[8,5; 0; 270^\circ; 400 \text{ N}]$$

Určíme odpovídající znaménka působících sil. Pokud síly působí směrem dolů (směrový úhel je 270°) přičítáme tyto síly se záporným znaménkem.

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{1y} = 300 \cdot \sin 90$$

$$F_{1y} = \mathbf{300 \text{ N}}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$F_{2y} = 600 \cdot \sin 270$$

$$F_{2y} = \mathbf{-600 \text{ N}}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha_3$$

$$F_{3y} = 150 \cdot \sin 90$$

$$F_{3y} = \mathbf{150 \text{ N}}$$

$$F_{4y} = F_4 \cdot \sin \alpha_4$$

$$F_{4y} = 400 \cdot \sin 270$$

$$F_{4y} = \mathbf{-400 \text{ N}}$$

Výpočet síly F_{ry} :

$$F_{ry} = F_r$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{ry} = 0$$

$$300 + (-600) + 150 + (-400) + F_{ry} = 0$$

$$F_{ry} = \mathbf{550 \text{ N}}$$

Polohu síly F_{ry} vypočítáme z momentové podmínky rovnováhy k bodu 0.

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i + F_{ry} \cdot x_r = 0$$

$$x_r = - \frac{\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i}{F_{ry}}$$

$$x_r = - \frac{F_{1y} \cdot x_1 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3y} \cdot x_3 + F_{4y} \cdot x_4}{F_{ry}}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x_r = - \frac{300.2 + (-600.3) + 150.6 + (-400.8,5)}{550}$$

$$x_r = 6,7m$$

Matematický zápis síly F_r

$$F_r[6,7; 0; 90^\circ; 550N]$$

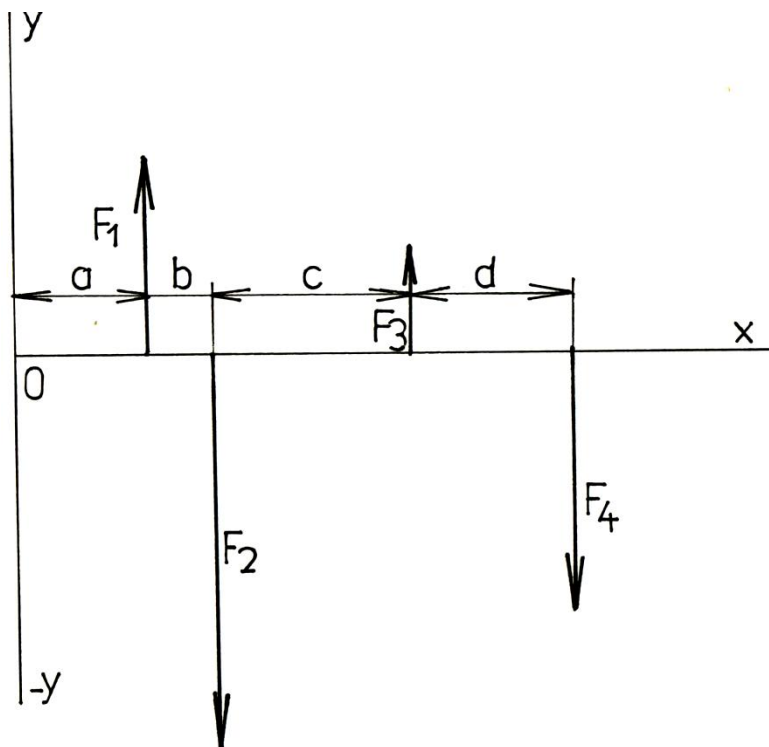
„Pokud není uvedeno jinak, autorem textů a obrázků je Ing. Štěpánka Makoňová“

Dostupné ze Školského portálu Karlovarského kraje www.kvkskoly.cz, materiál vznikl v rámci projektu
Gymnázia Cheb s názvem Rozvoj školského portálu Karlovarského kraje

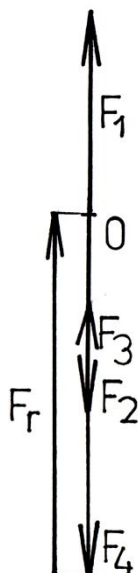
B)

GRAFICKY

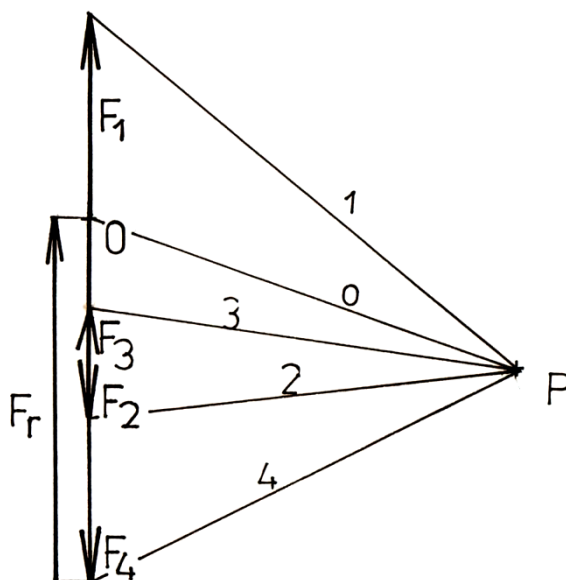
Vycházíme ze základního obrazce, ve kterém jsou zobrazeny síly a vzdálenosti ve vhodném měřítku



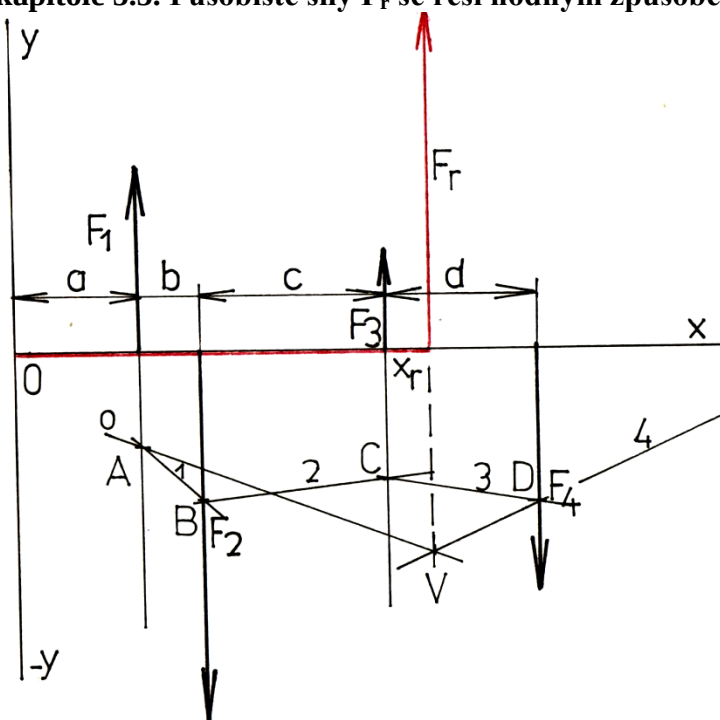
Sestrojíme silový obrazec, odměříme velikost a určíme směr rovnovážné síly F_r



Ze silového obrazce zkonstruuujeme pólový obrazec



Do základního obrazce přeneseme rovnoběžky jednotlivých vláken a průsečíkem prvního a posledního vlákna vedeme rovnoběžku se silou F_r , viditelně zobrazíme rovnovážnou sílu F_r a její působíště x_r . **Detailní postup grafického řešení působíště F_v je uveden v řešeném příkladě 11. v kapitole 5.5. Působíště síly F_r se řeší hodným způsobem.**



Graficky vyřešenou sílu F_r zapíšeme v matematickém tvaru

$F_r[6, 7; 0; 90^\circ; 550N]$