

VÝSLEDNICE OBEČNÝCH SIL V ROVINĚ

Obecné síly jsou různoběžné síly s různými působišti.

Výslednici F_v obecně působících sil v rovině můžeme řešit početním i grafickým způsobem. Pro dokonalé určení výslednice F_v musíme znát směr, velikost a polohu této síly. Poloha F_v je dána souřadnicí x_v , směr udává směrový úhel α_v . Soustavu obecných sil vždy volíme tak, aby síly F_i působily vpravo od počátku 0, tak budou mít všechny souřadnice x_i sil F_i kladnou hodnotu. Neboť se síly mohou po svých nositelkách libovolně posouvat, je vhodné posunout síly tak, aby počátky sil připadly na osu x .

A) **POČETNĚ-** všechny síly F_i rozložíme do složek F_{ix} a F_{iy} , které působí ve směrech souřadnicových os x a y .

$$F_{ix} = F_i \cdot \cos \alpha_i$$

$$F_{iy} = F_i \cdot \sin \alpha_i$$

Do vzorců dosazujeme směrové úhly α_i

Vyřešíme výslednice sil ležících na souřadnicových osách x , y , viz kapitola 5.1:

$$F_{vx} = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$F_{vy} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

Neboť platí třetí axiom:

III. AXIOM O NAHRAZENÍ DVOU SIL

Dvě různoběžné síly lze nahradit jednou silou tzv. výslednicí, která je dána úhlopříčkou rovnoběžníka sestrojeného na těchto silách.

Použijeme pro výpočet výslednice F_v Pythagorovu větu:

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2}$$

Směrový úhel α_v (úhel, který svírá síla F_v s kladným směrem osy x) zjistíme pomocí goniometrických funkcí s ohledem na kvadrant ve kterém síla F_v působí, **viz kapitola 5.2**

Protože výslednice obecných sil F_v musí mít stejný účinek jako síly, které nahrazuje, musí mít tato výslednice k libovolnému bodu stejný točivý účinek, jako součet točivých účinků všech působících obecných sil k témuž bodu. Točivý účinek – moment vztahujeme k počátku pravoúhlého souřadného systému k bodu 0. **Polohu x_v výslednice F_v** vypočítáme z momentové podmínky rovnováhy k bodu 0. Síly, jejichž nositelky procházejí bodem, k němuž točivý účinek (moment) určujeme, mají k tomuto bodu nulový moment. Proto všechny složky sil ve směru x – F_{ix} i F_{vx} nemají k bodu 0 (počátku pravoúhlého souřadného

systému x-0-y) točivý účinek. Jejich moment je nulový. Polohu výslednice x_v určíme z rovnováhy točivých účinků složek sil F_{iy} k bodu 0 a točivého účinku F_{vy} k témuž bodu.

$$F_{vy} \cdot x_v = \sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i$$

$$x_v = \frac{\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i}{F_{vy}}$$

B) GRAFICKY – síly F_i ve vhodném měřítku zakreslíme do pravoúhlého souřadnicového systému x-0-y, vpravo od počátku 0. Velikost a směr výslednice F_v určíme pomocí silového obrazce. Polohu výslednice F_v vyřešíme pomocí vláknového obrazce.

Sestrojení vláknového obrazce:

- v libovolné vzdálenosti od silového obrazce zvolíme pól P
- pól P spojíme s bodem 0 (počátkem silového obrazce) vznikne vlákno 0
- pól P spojíme s koncem síly F_1 vznikne vlákno 1
- pól P spojíme s koncem síly F_2 vznikne vlákno 2
- takto postupujeme až k poslední síle F_n propojením této síly s pólem P vznikne vlákno n.

Takto vytvořená vlákna přenášíme zpět do základního obrazce, v němž jsou síly zakresleny v pravoúhlém souřadnicovém systému x-0-y.

Rovnoběžky s jednotlivými vlákny přenášíme pomocí pravidla tří úseček.

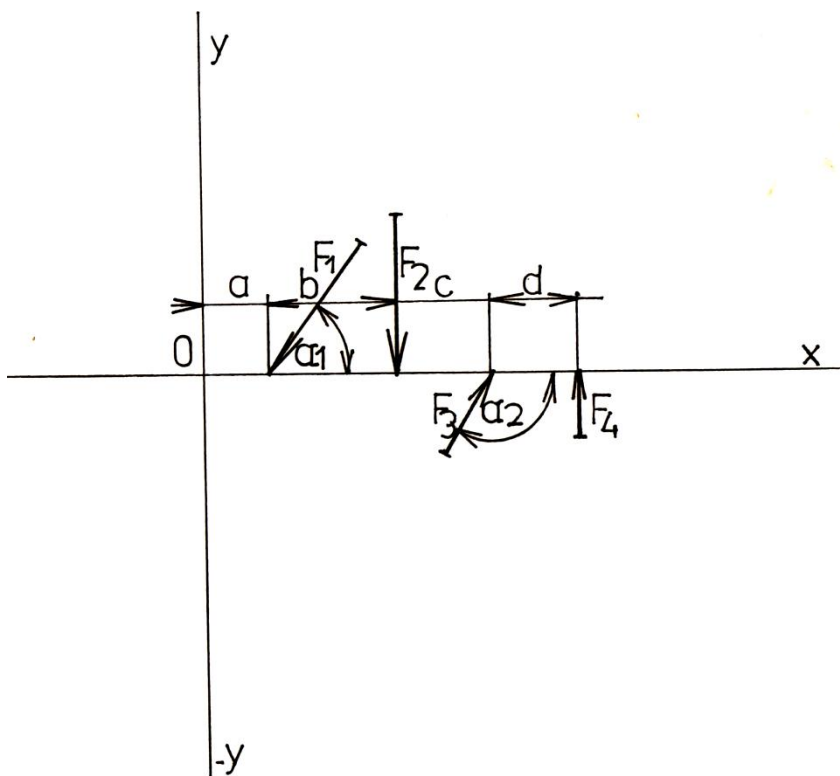
Pravidlo tří úseček

Tři úsečky, které tvoří v pólovém obrazci trojúhelník, se musí v základním obrazci protínat v jednom bodě.

Postup při hledání působistě x_v síly F_v v základním obrazci:

- sestrojíme rovnoběžku s vláknem 0 tak, aby v libovolném místě protнула nositelku síly F_1 tento průsečík vlákna 0 a nositelky síly F_1 označíme písmenem A
- bodem A vedeme rovnoběžku s vláknem 1, vlákno 1 musí protnout nositelku síly F_2 , průsečík vlákna 1 a nositelky síly F_2 označíme písmenem B
- bodem B vedeme rovnoběžku s vláknem 2, vlákno 2 musí protnout nositelku síly F_3 , průsečík vlákna 2 a nositelky síly F_3 označíme písmenem C
- takto pokračujeme až k poslednímu vláknem n
- průsečík vlákna n s vláknem 0 označíme písmenem V
- bodem V sestrojíme rovnoběžku s F_v , průsečík této rovnoběžky s osou x vyznačuje polohu x_v síly F_v

1. **Řešený příklad:** Vyřešte početně i graficky velikost, směr a působíště výslednice sil F_v . Působící síly $F_1=200\text{N}$, $F_2=250\text{N}$, $F_3=150\text{N}$ a $F_4=100\text{N}$, $a=1\text{m}$, $b=2\text{m}$, $c=1,5\text{m}$, $d=1,5\text{m}$, $\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=120^\circ$.



A)

POČETNĚ

Síly správně matematicky zapíšeme. Úhly α_1 a α_2 nejsou úhly směrové, musíme je přepočítat. Směrový úhel je úhel, který svírá síla s kladným směrem osy x , vynášený proti směru hodinových ručiček.

$$F_1 [1; 0; 225^\circ; 200 \text{ N}]$$

$$F_2 [3; 0; 270^\circ; 250 \text{ N}]$$

$$F_3 [4,5; 0; 60^\circ; 150 \text{ N}]$$

$$F_4 [6; 0; 90^\circ; 100 \text{ N}]$$

Rozložení do směrů x a y :

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$F_{1x} = 200 \cdot \cos 225$$

$$F_{1x} = -141,4 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{1y} = 200 \cdot \sin 225$$

$$F_{1y} = -141,4 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_{2x} = 250 \cdot \cos 270$$

$$F_{2x} = 0N$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$F_{2y} = 250 \cdot \sin 270$$

$$F_{2y} = -250N$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha_3$$

$$F_{3x} = 150 \cdot \cos 60$$

$$F_{3x} = 75N$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha_3$$

$$F_{3y} = 150 \cdot \sin 60$$

$$F_{3y} = 129,9N$$

$$F_{4x} = F_4 \cdot \cos \alpha_4$$

$$F_{4x} = 100 \cdot \cos 90$$

$$F_{4x} = 0N$$

$$F_{4y} = F_4 \cdot \sin \alpha_4$$

$$F_{4y} = 100 \cdot \sin 90$$

$$F_{4y} = 100N$$

Součet sil ve směrech x a y:

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$

$$F_{vx} = (-141,4) + 0 + 75 + 0$$

$$F_{vx} = -66,4N$$

Síla F_{vx} působí v záporném směru osy x

$$F_{vy} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}$$

$$F_{vy} = (-141,4) + (-250) + 129,9 + 100$$

$$F_{vy} = -161,4N$$

Síla F_{vy} působí v záporném směru osy y

Výpočet F_v pomocí Pythagorovi věty:

$$F_v = \sqrt{F_{vx}^2 + F_{vy}^2}$$

$$F_v = \sqrt{(-66,4)^2 + (-161,5)^2}$$

$$F_v = 174,6N$$

„Pokud není uvedeno jinak, autorem textů a obrázků je Ing. Štěpánka Makoňová“

Dostupné ze Školského portálu Karlovarského kraje www.kvkskoly.cz, materiál vznikl v rámci projektu
Gymnázia Cheb s názvem Rozvoj školského portálu Karlovarského kraje

Výpočet směrového úhlu:

F_{vx} je záporná, F_{vy} je záporná, výsledná síla F_v působí v III. kvadrantu.

$$\alpha_v = 180 + \alpha'$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{|F_{vy}|}{|F_{vx}|}$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{161,5}{66,4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = 67,6^\circ$$

$$\alpha_v = 247,6^\circ$$

Polohu x_v výslednice F_v vypočítáme z momentové podmínky rovnováhy k bodu 0.

$$F_{vy} \cdot x_v = \sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i$$

$$x_v = \frac{\sum_{i=1}^n F_{iy} \cdot x_i}{F_{vy}}$$

$$x_v = \frac{F_{1y} \cdot x_1 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3y} \cdot x_3 + F_{4y} \cdot x_4}{F_{vy}}$$

$$x_v = \frac{(-141,4 \cdot 1) + (-250,3) + 129,9 \cdot 4,5 + 100,6}{-161,4}$$

$$x_v = -1,8m$$

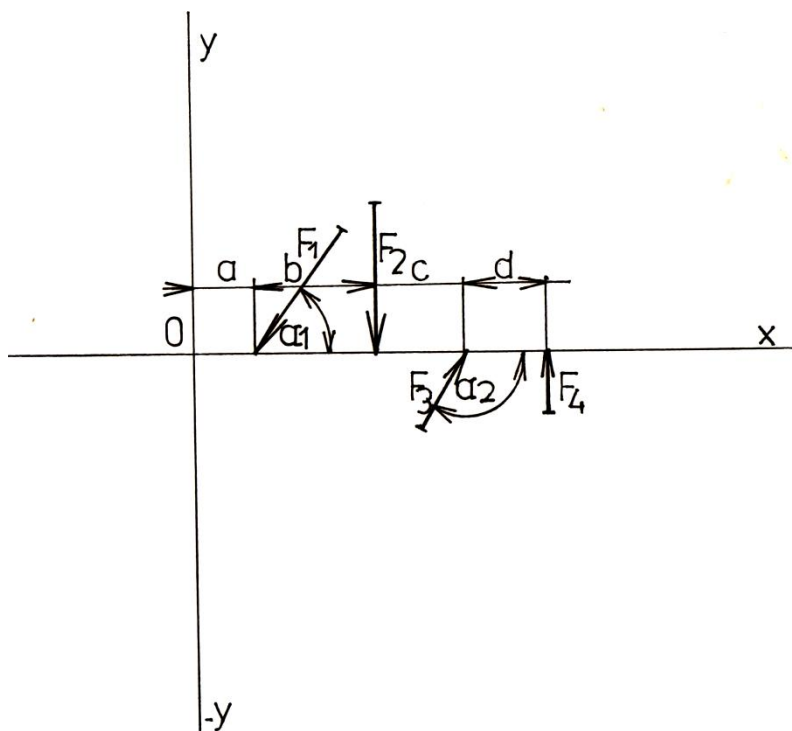
Matematický zápis síly F_v

$$F_v [-1,8; 0; 247,6^\circ; 174,6N]$$

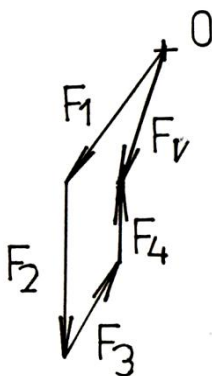
B)

GRAFICKY

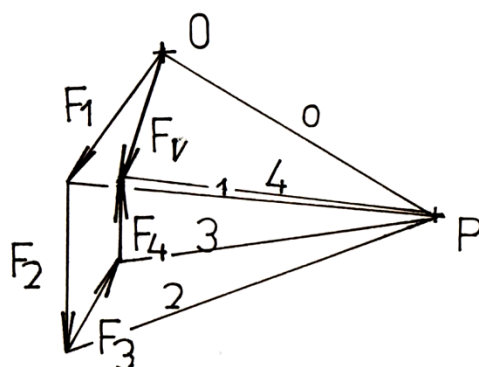
Vycházíme ze základního obrazce, ve kterém jsou zobrazeny síly a vzdálenosti ve vhodném měřítku



Sestrojíme silový obrazec a odměříme velikost výsledné síly F_v

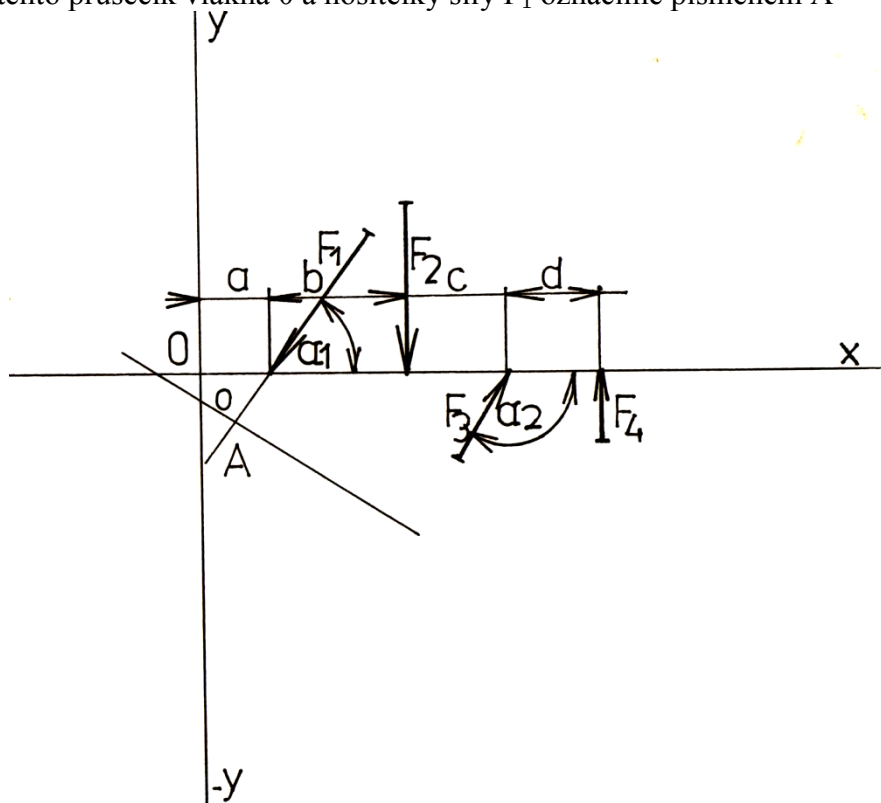


Ze silového obrazce zkonstruujeme pólový obrazec

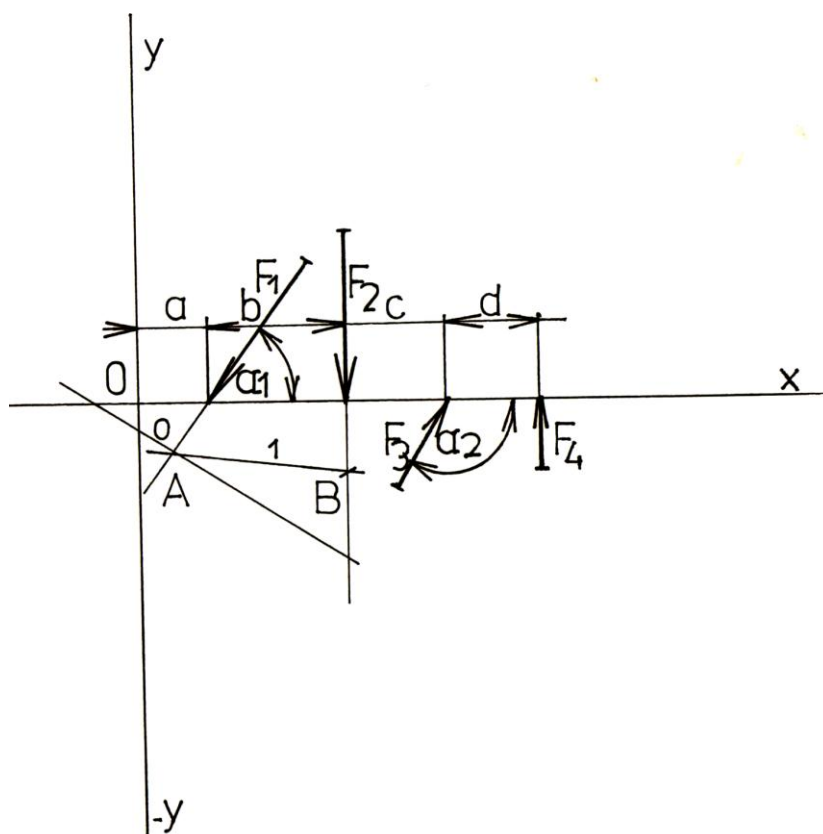


Do základního obrazce přeneseme rovnoběžky jednotlivých vláken

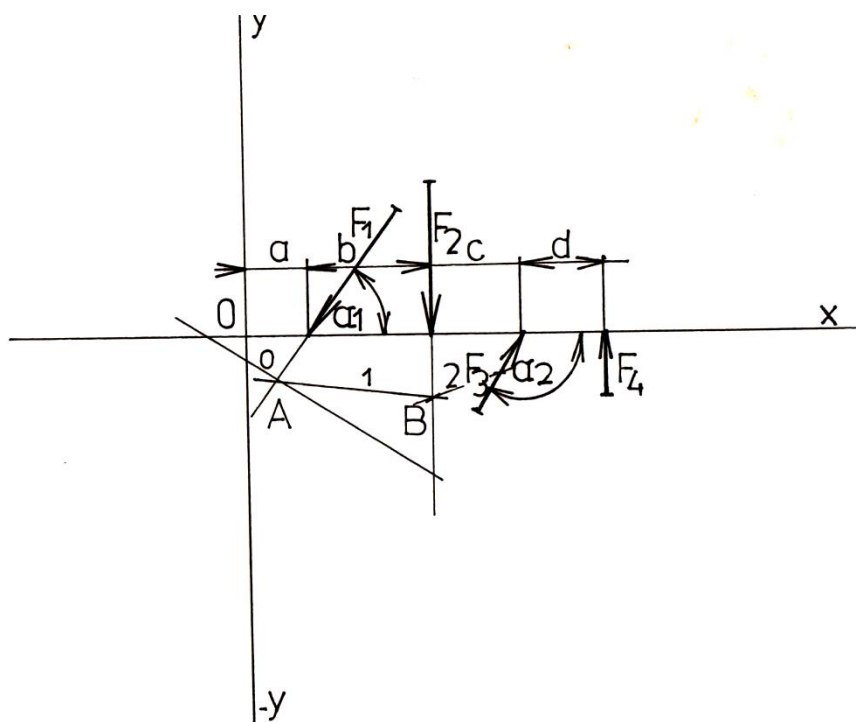
- sestojíme rovnoběžku s vláknem 0 tak, aby v libovolném místě protнула nositelku síly F_1 tento průsečík vlákna 0 a nositelky síly F_1 označíme písmenem A



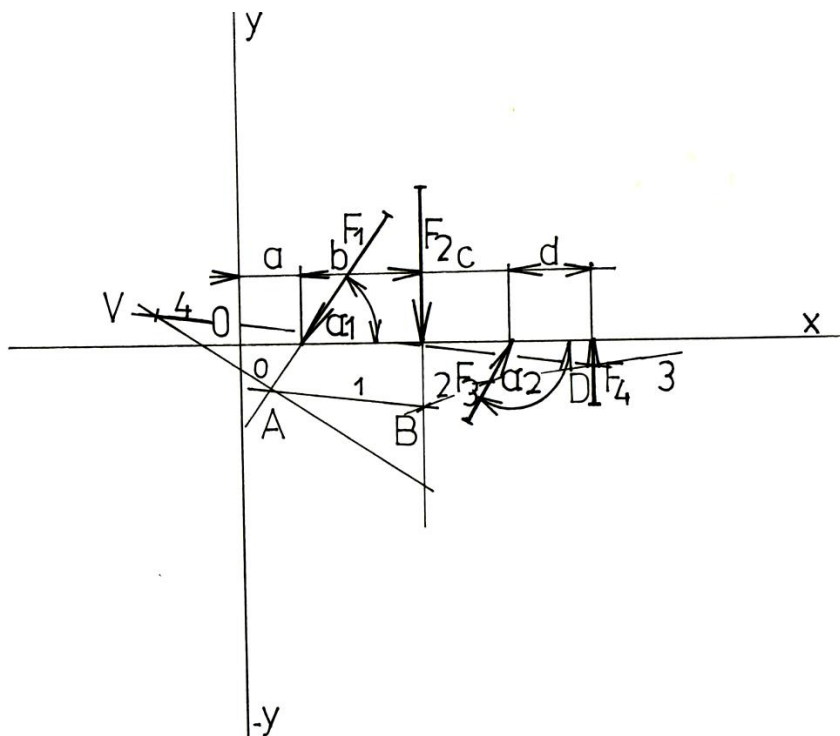
- bodem A vedeme rovnoběžku s vláknem 1, vlákno 1 musí protnout nositelku síly F_2 , průsečík vlákna 1 a nositelky síly F_2 označíme písmenem B



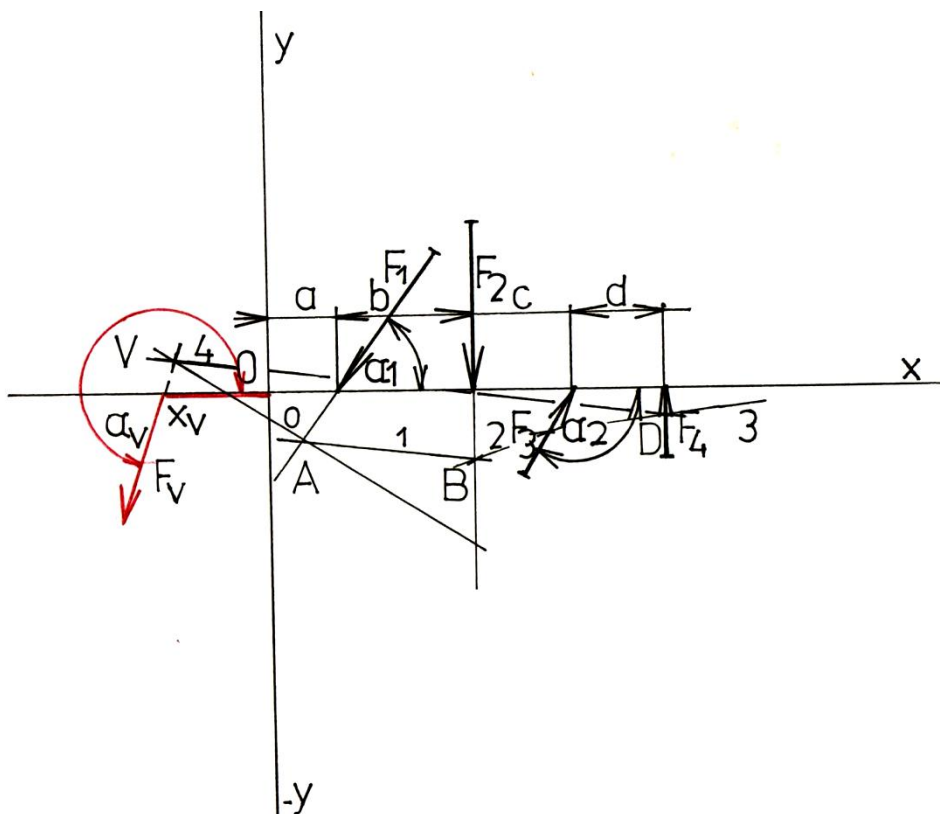
- bodem B vedeme rovnoběžku s vláknem 2, vlákno 2 musí protnout nositelku síly F_3 , průsečík vlákna 2 a nositelky síly F_3 označíme písmenem C. (Písmeno C na obrázku z nedostatku místa není uvedeno)



- bodem C vedeme rovnoběžku s vláknem 3, vlákno 3 musí protnout nositelku síly F_4 , průsečík vlákna 3 a nositelky síly F_4 označíme písmenem D



- bodem D vedeme rovnoběžku s vláknem 4, vlákno 4 musí protnout vlákno 0, průsečík vlákna 4 s vláknem 0 označíme písmenem V, bodem V sestrojíme rovnoběžku s F_v , průsečík této rovnoběžky s osou x vyznačuje polohu x_v síly F_v . V základním obrazci viditelně zobrazíme výslednou sílu F_v , její působíště x_v a směrový úhel α_v .



Graficky vyřešenou sílu F_v zapíšeme v matematickém tvaru
 $F_v[-1,8; 0; 68^\circ; 175N]$